

4) Soit le plan $Q : -3x + 4z + 9 = 0$; Montrer que Q est tangent à S en E .

5) a) Vérifier que $[EF]$ est un diamètre de S .

b) En déduire une équation du plan Q' parallèle à Q et tangent à S .

6) Soit le point $G(0, -6, 0)$.

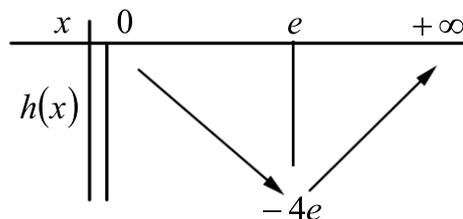
a) Montrer que $OEFG$ est un tétraèdre inscrit dans S .

b) Calculer le volume v du tétraèdre $OEFG$

Exercice n°3 : (4,5points)

Soit la fonction h définie sur $]0; +\infty[$ par : $h(x) = x(a \ln x + b)$ où a et b sont deux réels

Le tableau de variation de la fonction h est le suivant :



1) a – Déterminer en fonction de a et b l'expression de $h'(x)$.

b – A l'aide des renseignements fournis par le tableau de variation déterminer les réels a et b .

2) On prend dans la suite : $h(x) = x(4 \ln x - 8)$

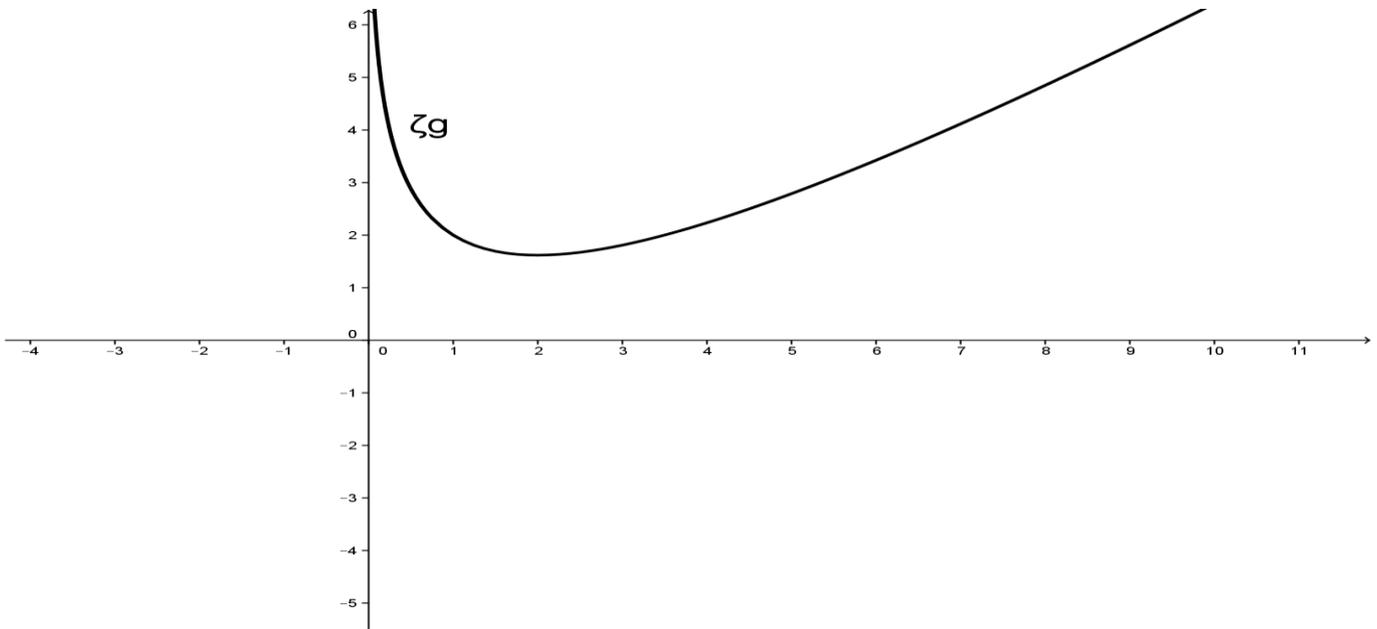
On considère la fonction g définie sur $]0; +\infty[$ par : $g(x) = x^2(2 \ln x - 1)$.

a – Déterminer $g'(x)$.

b – En déduire une primitive H de h sur $]0; +\infty[$.

EXERCICE N° 4 : (6,5points).

Soit la fonction g définie sur $]0, +\infty[$ par $g(x) = x + 1 - 2 \ln x$. Et (ζ_g) la courbe représentatives de g dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .



- 1) Montrer que pour tout x de $]0, +\infty[$ on a $g(x) > 0$
- 2) Soit la fonction f définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = x + \ln x - \ln^2 x$. On désigne par (ζ) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .
 - a- Montrer que pour tout réel x de $]0, +\infty[$, on a $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$
 - b- Dresser le tableau de variation de f .
- 3) a- Montrer que ζ_f admet une branche infinie parabolique au voisinage de $(+\infty)$ de direction celle de la droite $\Delta : y = x$.
 - c- Etudier la position relative de la courbe (ζ) et de la droite Δ .
- 4) a- Montrer que f est une bijection de $]0, +\infty[$ sur \mathbb{R} .
 - b- Soit f^{-1} la fonction réciproque de f , tracer dans le même repère (O, \vec{i}, \vec{j}) la courbe (ζ) et la courbe (ζ') représentative de f^{-1} .
- 5) a- Montrer à l'aide d'une intégration par partie que l'intégrale

$$I = \int_1^e \ln^2 x \, dx = e - 2.$$
 - b- Calculer alors en cm^2 l'aire A de la partie du plan limitée par les courbes (ζ) , (ζ') et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$.
 - c) En déduire la valeur de l'intégrale $\int_1^e f^{-1}(x) \, dx$.

Direction régionale de l'éducation et de la formation :

Mahdia

Lycée Boumerdes

DEVOIR DE SYNTHÈSE N°2

Proposé par *M^r* : Braiek khalifa

Mars 2013

Matière : Mathématiques

Niveau : 4^{ème}.

Section : SC expérimentales.

Durée de l'épreuve : 3 heures - Coefficient 3.

Les élèves doivent traiter les quatre exercices.

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des
Raisonnements entreront pour une part d'importance dans
L'appréciation des copies.

Lycée Boumerdes

Prof : *M^r* : Braiek

NOM ET PRENOM :

